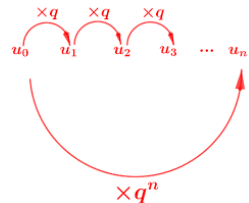


Fiche 4 : Suites géométriques

Pourquoi ? Les phénomènes d'évolution (voir fiche 3) sont parfois complexes à modéliser, ainsi on utilise des suites géométriques (parfois arithmétique), dont on connaît les formules de récurrence et explicite, pour simplifier l'étude des suites modélisées.

Vocabulaire : Soit n un entier naturel, une suite (u_n) est géométrique de premier terme u_0 et de raison q si pour passer d'un terme à l'autre, on multiplie par la raison q d'où la formule de récurrence : $u_{n+1} = qu_n$. Sa formule explicite est $u_n = u_0q^n$.

Schéma explicatif :



Généralement, la raison q correspond au coefficient multiplicateur associé au pourcentage d'évolution.

Exemple : Si une quantité augmente régulièrement de 3% alors $q = 1 + \frac{3}{100} = 1,03$.

Méthode : Démontrer qu'une suite auxiliaire (v_n) associée à une suite (u_n) est géométrique :

1. Dans la formule de v_n , on remplace tous les n par des $(n+1)$.
2. On remplace ensuite u_{n+1} à l'aide de la formule de récurrence.
3. On simplifie et on remplace u_n par son expression en fonction de v_n .
4. On développe et on simplifie.

Exemple : Dans une entreprise, il y a 500 employés en 2020. Chaque année, 10% des employés partent en retraite tandis que 40 jeunes sont embauchés.

On modélise le nombre d'employés en 2020+ n par la suite (u_n) .

Il y a une baisse régulière de 10% donc $q = 1 - \frac{10}{100} = 0,9$.

Soit (u_n) la suite est donc définie par $u_{n+1} = 0,9u_n + 40$ et $u_0 = 500$.

On introduit la suite auxiliaire $v_n = u_n - 400$.

Montrons que (v_n) est géométrique.

- 1) $v_{n+1} = u_{n+1} - 400$
- 2) $= 0,9u_n + 40 - 400$
- 3) $= 0,9u_n - 360 = 0,9(v_n + 400) - 360$
- 4) $= 0,9v_n + 360 - 360 = 0,9v_n$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9 et de premier terme $v_0 = u_0 - 400 = 500 - 400 = 100$.

Donc $v_n = 100 \times 0,9^n$

Donc $u_n = v_n + 400 = 100 \times 0,9^n + 400$

Les exercices du livre : Ex 121, 122 p 36, 148 p 42