

## Chapitre 3

# Limite de suites

### Fiche 2 : Calcul de limites

**Comment ?** La définition de la limite d'une suite est compliquée. Dans la pratique, si on le peut on utilisera les limites (admises) des suites dites usuelles. Les limites des suites définie à l'aide de leur formule explicite s'y déduisent par opérations élémentaires (somme, produit, quotient).

**A apprendre : les suites usuelles** Soit  $k$  un entier naturel non nul,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n} = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}} = 0$$

**Exemples :**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2} + 1 = 2 \times 0 + 3 \times 0 + 1 = 1$        $\lim_{n \rightarrow +\infty} -10n^3 + 5 = -10 \times (+\infty) + 5 = -\infty$

Remarque : On connaît aussi les limites des suites arithmétiques et géométriques (voir C3 F4).

### Les opérations :

#### Somme

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n =$	$L$	$L$	$L$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n =$	$L'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) =$	$L + L'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I.*

#### Produit

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n =$	$L$	$L > 0$	$L < 0$	$L > 0$	$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$0$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n =$	$L'$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$ ou $+\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n =$	$L L'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I.

On reconnaît la règle des signes d'un produit.

#### Quotient

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n =$	$L$	$L$	$L > 0$ ou $+\infty$	$L < 0$ ou $-\infty$	$L > 0$ ou $+\infty$	$L < 0$ ou $-\infty$	$0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n =$	$L' \neq 0$	$\pm\infty$	$0$ avec $v_n > 0$	$0$ avec $v_n > 0$	$0$ avec $v_n < 0$	$0$ avec $v_n < 0$	$0$	$L' > 0$	$L' < 0$	$L' > 0$	$L' < 0$	$+\infty$ ou $-\infty$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} =$	$\frac{L}{L'}$	$0$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	F.I.	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	F.I.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$  avec  $v_n > 0$  se note aussi  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0^+$ .

$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$  avec  $v_n < 0$  se note aussi  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0^-$ .

\*FI signifie forme indéterminée, on n'est alors pas sûr du résultat de l'opération sur les limites.

**Exemples :**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{4-n^2} = 0$  car  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$ .

## Chapitre 3

# Limite de suites

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (2+n) \left( \frac{3}{n} - 2 \right) = -\infty \text{ car } \lim_{n \rightarrow +\infty} (2+n) = +\infty \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{3}{n} - 2 \right) = -2.$$

**Exercices :** 55, 56 , 57 p 31