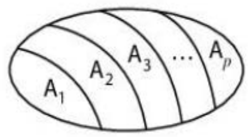
Chapitre 4 # Probabilités

Fiche 1 : Principes de dénombrement

Pourquoi ? En probabilités discrètes (sur des éléments distincts des uns des autres), on doit savoir compter les éléments d'un ensemble : cela s'appelle dénombrer.

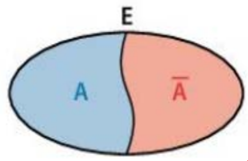
Vocabulaire :
Le nombre d'éléments d'un ensemble fini s'appelle le **cardinal** noté Card(...)
Ainsi la probabilité d'un événement A de l'univers Ω est $P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$.
Remarque : Il existe des ensemble infini comme le nombre de réels dans $[0; 1]$.

Principe additif :
Soient $A_1, A_2, \dots, A_p$, p ensembles finis deux à deux disjoints.
$Card(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_p) = Card(A_1) + Card(A_2) + \dots + Card(A_p)$



Soient A une partie d'un ensemble E fini et $\bar{A}$ le complémentaire de A dans E.

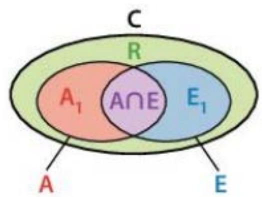
$$Card\,(\bar{A}) = Card(E) - Card(A)$$



Exemple : Dans une classe de 30 élèves, 8 étudient l'allemand, 20 l'espagnol et 9 aucune des langues. Combien d'élèves étudient l'allemand et l'espagnol ?

On peut représenter la situation à l'aide du diagramme ci-dessous :
On « découpe » la classe C en éléments disjoints :

$$C = A_1 \cup (A \cap E) \cup E_1 \cup R$$



Par le principe additif, on peut déduire que :

$$Card(C) = Card(A_1) + Card(A \cap E) + Card(E_1) + Card(R)$$
$$= Card(A \cup E) + Card\,(R)$$
$$= Card\,(A) + Card(E) - Card(A \cap E) + Card(R)$$
$$30 = 8 + 20 - Card(A \cap E) + 9$$
$$Card(A \cap E) = 8 + 20 + 9 - 30 = 7$$

Il y a donc 7 élèves qui étudient l'espagnol et l'allemand.

Principe multiplicatif :
Soient E et F deux ensembles non vides.
Le produit cartésien de E par F, noté $E \times F$, est l'ensemble des couples (x, y) avec $x \in E$ et $y \in F$.
Lorsque les ensembles E et F sont finis,

$$Card(E \times F) = Card(E) \times Card(F)$$

Cette propriété se généralise pour k ensembles non vides $E_1, E_2, \dots, E_k$.
Lorsque les ensembles $E_1, E_2, \dots, E_k$ sont finis,

$$Card(E_1, E_2, \dots, E_k) = Card(E_1) \times Card(E_2) \times \dots \times Card(E_k)$$

Exemple : Si $E = \{a\,;b\,;c\}$ et $F = \{1\,;2\}$
$E \times F = \{(a\,;1)\,;(b\,;1)\,;(c\,;1)\,;(a\,;2)\,;(b\,;2)\,;(c\,;2)\}$ $\quad Card(E \times F) = 6$
$F \times E = \{(1\,;a)\,;(1\,;b)\,;(1\,;c)\,;(2\,;a)\,;(2\,;b)\,;(2\,;c)\}$

Chapitre 4

Probabilités

Pour réviser : Ex 28, 30, 31 p 348