Chapitre 7 **Fonction Logarithme Népérien**

Fiche 3 : Equation / Inéquation

Pourquoi ? Pour résoudre des équations ou inéquations avec des puissances, on utilise la fonction logarithme.

Propriétés :

La fonction logarithme népérien est strictement croissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

Pour $x > 0,\ y > 0,$ $\quad e^x > y \Leftrightarrow x > \ln(y)$.

Pour $x > 0\,, y > 0,$ $\quad ln(x) > ln(y) \Leftrightarrow x > y$.

Pour $a > 0,$ $\quad a^x > b \Leftrightarrow e^{xln(a)} > b \Leftrightarrow xln(a) > \ln(b)$

Pour $a > 1,\ \ln(\mathrm{a}) > 0$ $\quad x\ln(a) > b \Leftrightarrow x > \frac{b}{\ln(a)}$.

Pour $0 < a < 1, \ln(\mathrm{a}) < 0$ $\quad x\ln(a) > b \Leftrightarrow x < \frac{b}{\ln(a)}$.

Remarque : Ces propriétés fonctionnent aussi sur les équations.

Exemples :

- Résoudre l'équation $e^{2x} + 1 = 4$.
  On isole un membre avec exp ou ln : $e^{2x} = 3$
  On utilise la fonction réciproque : $2x = \ln(3)$
  On isole x : $x = \frac{\ln(3)}{2}$

- Résoudre l'inéquation $2\ln(x) > \ln(4)$.
  On détermine le domaine de résolution de l'inéquation : $D =]0\,;\,+\infty[$
  On modifie les membres pour qu'ils commencent en ln : $\ln(x^2) > \ln(4)$
  Comme la fonction ln est croissante : $x^2 = 4$
  En prenant compte de D : $x = 2$.

- Résoudre l'inéquation $10 \times 0{,}8^n + 50 < 55$ dans $\mathbb{N}$.
  On isole un membre avec le nombre à la puissance n : $10 \times 0{,}8^n < 5$
  $$0{,}8^n < 0{,}5 \ car\ 10 > 0$$
  On utilise la propriété $a^x = e^{xln(a)}$: $e^{nln(0,8)} < 0{,}5$
  $n \times ln(0{,}8) < \ln(0{,}5)\ \ car \ln est\ croissante$
  $$n > \frac{\ln(0{,}5)}{\ln(0{,}8)}\ car \ln(0{,}8) < 0$$
  $$n \geq 4$$

Pour réviser : Ex 2, 4 p 173 et 47 p 184