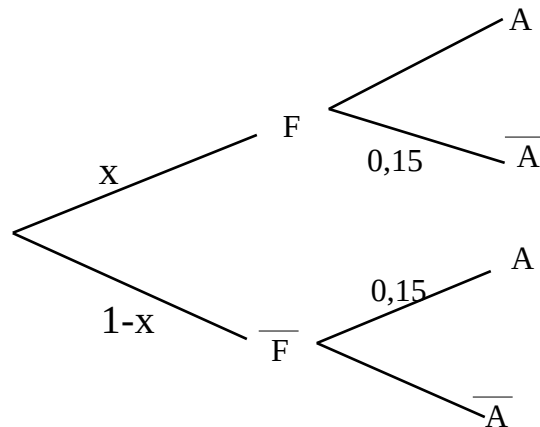


Correction devoir maison N°8

Exercice 1 :

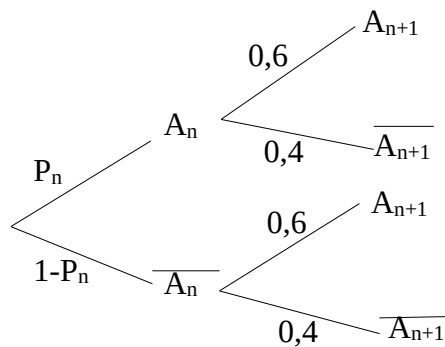


D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(F \cap A) + P(\bar{F} \cap A) \\
 &= P(F) \cdot P_F(A) + P(\bar{F}) \cdot P_{\bar{F}}(A) \\
 0,29 &= x \cdot 0,85 + (1-x) \cdot 0,15 \\
 0,29 &= 0,85x + 0,15 - 0,15x \\
 0,14 &= 0,70x \\
 \frac{0,14}{0,70} &= x \\
 0,2 &= x
 \end{aligned}$$

Exercice 2 :

1)



2) a)

D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 P(A_{n+1}) &= p_{n+1} = P(A_n \cap A_{n+1}) + P(\bar{A}_n \cap A_{n+1}) \\
 &= 0,6p_n + (1-p_n) \cdot 0,4 \\
 &= 0,2p_n + 0,4
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 q_n &= p_n - 0,5 \\
 q_{n+1} &= p_{n+1} - 0,5 \\
 q_{n+1} &= 0,2p_n + 0,4 - 0,5 \\
 q_{n+1} &= 0,2p_n - 0,1
 \end{aligned}$$

$$q_{n+1} = 0,2(q_n + 0,5) - 0,1$$

$$q_{n+1} = 0,2q_n + 0,1 - 0,1$$

$$q_{n+1} = 0,2q_n$$

La suite (q_n) est une suite géométrique de raison 0,2 et de premier terme $q_0 = P(A_0) - 0,5$
 $= 0,4 - 0,5 = -0,1$

c) $q_n = q_0 * 0,2^n$
 $q_n = -0,1 * 0,2^n$

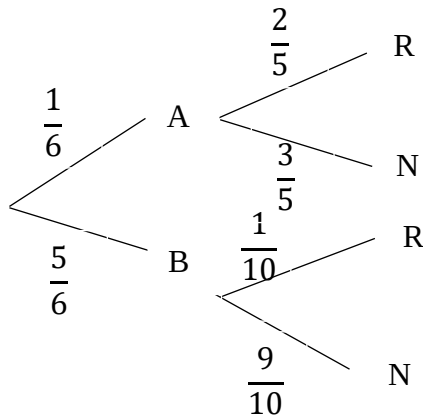
$$p_n = V_n + 0,5 = (-0,1 * 0,2^n) + 0,5$$

3) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = 0$ car $-1 < 0,2 < 1$
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = -0,1 * 0 + 0,5 = 0,5$

Exercice 3 :

Partie A :

1)



$$P(R) = P((A; R)) + P((B; R))$$

$$= \frac{1}{15} + \frac{1}{12}$$

$$P(R) = 0,15$$

2)

D'après la formule des probabilités conditionnelles :

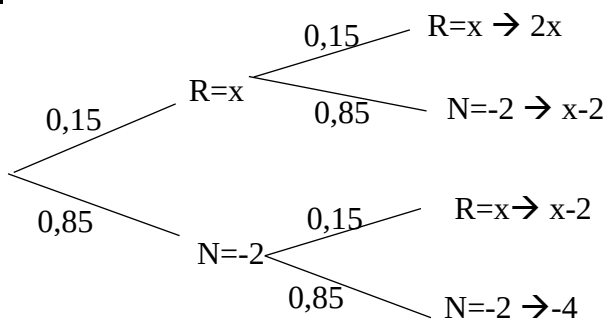
$$P_R(A) = \frac{P((A; R))}{P(R)} = \frac{\frac{1}{15}}{0,15} = \frac{4}{9}$$

$$P_R(B) = \frac{P((B; R))}{P(R)} = \frac{\frac{1}{12}}{0,15} = \frac{5}{9}$$

Donc lorsque l'on tire une boule rouge, il y a plus de chance qu'elle provienne de l'urne B ($\frac{5}{9}$) que de l'urne A ($\frac{4}{9}$).

Partie B :

1)



$$P((R ; R))=0,15^2=0,0225$$

$$P((R ; N))=0,15*0,85=0,1275$$

$$P((N ; R))=0,15*0,85=0,1275$$

$$P((N ; N))=0,85^2=0,7225$$

La loi de probabilité de la variable G est :

$$P(G=-4)=P((N ; N))=0,7225$$

$$P(G=x-2)=P((R ; N))+P((N ; R))=0,1275+0,1275=0,255$$

$$P(G=2x)=P((R ; R))=0,0225$$

2)

$$\begin{aligned} E(G) &= P(G=-4)(-4) + P(G=x-2)(x-2) + P(G=2x)(2x) \\ &= (0,7225)(-4) + (0,255)(x-2) + (0,0225)(2x) \\ &= -2,89 + 0,255x - 0,51 + 0,045x \\ &= 0,255x + 0,045x - 2,89 - 0,51 \end{aligned}$$

$$E(G) = 0,300x - 3,4$$

3)

$$E(G) \geq 0$$

$$0,300x - 3,4 \geq 0$$

$$0,300x \geq 3,4$$

$$x \geq \frac{3,4}{0,300}$$

$$x \geq 11,33$$