Nom : _____	Date : _____

Raisonnement par récurrence - Exercices

Exercice 01 : Démonstration par récurrence

Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = 2x^3 + x - 3$ et (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Démontrer que la fonction f est croissante sur R.

……...

……...

2. Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est décroissante.

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

……...

3. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n \leq 1$.

……...

Exercice 02 : Principe de récurrence

Soit v la suite définie, pour tout entier naturel n, par le premier terme $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = v_n + 2n + 3$.

En la démontrant, conjecturer une expression de v_n en fonction de n.

……...

……...

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……

Exercice 03 : Principe de récurrence avec une somme

On pose, pour tout entier naturel non nul n, $w_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$

1. Calculer les termes $w_1, w_2\ et\ w_3$

……

……

……

2. Vérifier que $w_{n+1} = w_n + n + 1$.

……

3. Montrer par récurrence que $w_n = \frac{n(n+1)}{2}$.

……

……

……

……

……

……

……

……