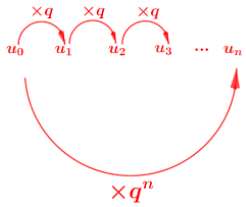
Chapitre 1 **Généralités sur les suites**

## Fiche 4 : Suites géométriques

**Pourquoi ?** Les phénomènes d'évolution (voir fiche 3) sont parfois complexes à modéliser, ainsi on utilise des suites géométriques (parfois arithmétique), dont on connait les formules de récurrence et explicite, pour simplifier l'étude des suites modélisées.

**Vocabulaire :** Soit n un entier naturel, une suite $(u_n)$ est géométrique de premier terme $u_0$ et de raison q si pour passer d'un terme à l'autre, on multiplie par la raison q d'où la formule de récurrence : $u_{n+1} = qu_n$
Sa formule explicite est $u_n = u_0 q^n$.

Schéma explicatif :




Généralement, la raison q correspond au coefficient multiplicateur associé au pourcentage d'évolution.

Exemple : Si une quantité augmente régulièrement de 3% alors $q = 1 + \frac{3}{100} = 1{,}03$.

Méthode : Démontrer qu' une suite auxiliaire $(v_n)$ associé à une suite $(u_n)$ est géométrique :

1. Dans la formule de $v_n$, on remplace tous les n par des (n+1).
2. On remplace ensuite $u_{n+1}$ à l'aide de la formule de récurrence.
3. On simplifie et on remplace $u_n$ par son expression en fonction de $v_n$.
4. On développe et on simplifie.

**Exemple :** Dans une entreprise, il y a 500 employés en 2020. Chaque année, 10% des employés partent en retraite tandis que 40 jeunes sont embauchés.

On modélise le nombre d'employés en 2020+n par la suite $(u_n)$.

Il y a une baisse régulière de 10% donc $q = 1 - \frac{10}{100} = 0{,}9$.

Soit $(u_n)$ la suite est donc définie par $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 40$ et $u_0 = 500$.

On introduit la suite auxiliaire $v_n = u_n - 400$.

Montrons que $(v_n)$ est géométrique.

1) $v_{n+1} = u_{n+1} - 400$
2) $= 0{,}9u_n + 40 - 400$
3) $= 0{,}9u_n - 360 = 0{,}9\,(v_n + 400) - 360$
4) $= 0{,}9v_n + 360 - 360 = 0{,}9v_n$

Donc $(v_n)$ est une suite géométrique de raison 0,9 et de premier terme $v_0 = u_0 - 400 = 500 - 400 = 100$.

Donc $v_n = 100 \times 0{,}9^n$

Donc $u_n = v_n + 400 = 100 \times 0{,}9^n + 400$

**Les exercices du livre :** Ex 121 p 36, 148 p 42