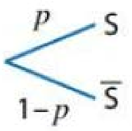
Chapitre 4 Probabilités

Fiche 6 : Loi binomiale

Définition : Soit p un réel compris entre 0 et 1. On appelle **épreuve de Bernoulli de paramètre p** une expérience aléatoire ayant deux issues : l'une nommée « succès » notée S, de probabilité p, et l'autre « échec » noté $\bar{S}$.



Issue	S	$\bar{S}$
Probabilité	p	$1-p$

Lorsqu'on répète de manière identique et indépendante de n épreuves de Bernoulli de paramètres p, on définit **un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.**

Remarque : Si l'on définit X comme la variable aléatoire égale au nombre de succès dans ce schéma, X prend ses valeurs dans l'ensemble {0 ; 1 ; 2 ; ... ; n}.

Propriétés :
Soient une expérience aléatoire répétant n épreuves de Bernoulli de paramètre p identiques et indépendantes et X la variable aléatoire comptant le nombre de succès alors X suit la **loi binomiale** de paramètre n et p , notée $\mathcal{B}$(n ; p).
La loi de X est donnée, pour k compris entre 0 et n, par

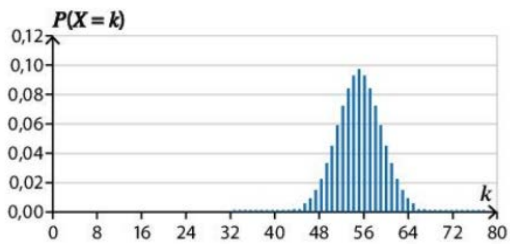
$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}.$$

Les paramètres de la loi binomiale sont :

$E(x)=np$ $\quad V(X)=np(1-p)$ $\quad \sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}$

Démonstration : Par un élève

Remarque : On peut représenter graphiquement une loi binomiale par un diagramme en bâtons :



Exemple :
On considère une expérience aléatoire qui consiste à tirer 10 fois de suite une pièce équilibrée à Pile (P) ou Face (F) et compter le nombre X de Piles obtenus.
On a ainsi une probabilité de « réussite = avoir un pile » de $p=\frac{1}{2}=0{,}5$ et l'on répète 10 fois la même expérience n=10.
Ainsi X $\sim\mathcal{B}(10;0{,}5)$

Chapitre 4 **Probabilités**

Utilisation de la calculatrice : par un élève

La probabilité d'obtenir exactement 3 Piles est ...

La probabilité d'obtenir moins de 3 Piles est ...

En moyenne, on obtient $E(X) = 10 \times 0,5 = 5$ Piles lors d'une telle expérience.

Pour réviser : Ex 55 p 384 et 61 p 385