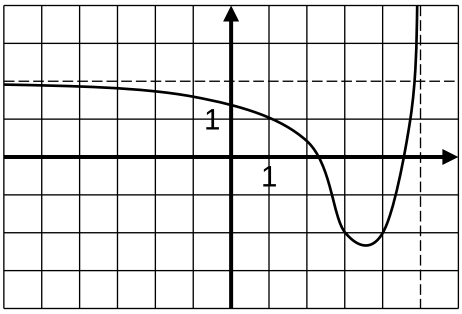
AP LIMITES DE FONCTIONS

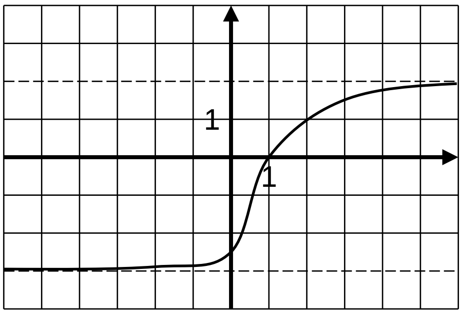
EXERCICE 1

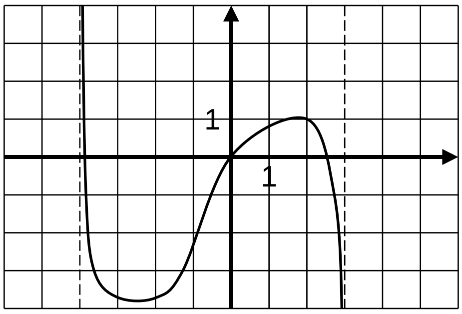
On a représenté graphiquement 3 fonctions f, g et h. A partir de leurs courbes…

a. … déterminer la/les asymptote/s ;

b. … en déduire certaines limites.







a.

b.

a.

b.

a.

b.

EXERCICE 2

a. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 3$ donc f admet en **$-\infty$** une asymptote **horizontale** d'équation $\boldsymbol{y = 3}$

b. $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = +\infty$ donc f admet en ...... une asymptote d'équation

c. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$ donc f admet en ...... une asymptote d'équation

d. donc f admet en ...... une asymptote d'équation $x = 1$

e. donc f admet en $-\infty$ une asymptote d'équation $y = 0$

EXERCICE 3 Déterminer les limites des fonctions suivantes aux bornes de l'intervalle d'étude I.

a. $\dfrac{3}{x^7}$; I =]0 ; +∞[

b. $-3x^3$; I =]-∞ ; 0[

c. $x + \dfrac{1}{x}$; I =]0 ; +∞[

d. $-2x^5 + \dfrac{4}{x^3}$; I =]-∞ ; 0[

e. $-3\sqrt{x} - \dfrac{1}{x^4}$; I =]0 ; +∞[

f. $4 - \dfrac{3}{x}$; I =]0 ; +∞[

EXERCICE 4 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^3 + 1)\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)$

b. $\lim\limits_{x \to 0+} (x^3 + 1)\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)$

c. $\lim\limits_{x \to 0-} (x^3 + 1)\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)$

d. $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 + 1)\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)$

EXERCICE 5 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{3 - x}$

b. $\lim\limits_{x \to 3+} \dfrac{1}{3 - x}$

c. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{3 - x}$

d. $\lim\limits_{x \to 3-} \dfrac{1}{3 - x}$

EXERCICE 6 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x^2 - 25}$

b. $\lim\limits_{x \to -5^-} \dfrac{1}{x^2 - 25}$

c. $\lim\limits_{x \to -5^+} \dfrac{1}{x^2 - 25}$

d. $\lim\limits_{x \to 5-} \dfrac{1}{x^2 - 25}$

EXERCICE 7 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x \to 1-} \dfrac{4x - 5}{x - 1}$ **b.** $\lim\limits_{x \to 1+} \dfrac{4x - 5}{x - 1}$

c. $\lim\limits_{x \to 0-} \dfrac{3x - 7}{x}$ **d.** $\lim\limits_{x \to 0+} \dfrac{3x - 7}{x}$

EXERCICE 8 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 + 5x + 2$ **b.** $\lim\limits_{x \to +\infty} 4x^2 - 3x + 7$

c. $\lim\limits_{x \to -\infty} -3x^2 - x + 1$ **d.** $\lim\limits_{x \to -\infty} 4x^5 - 3x^2 + 7$

EXERCICE 9 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x^2 - 5x - 2}{2x + 7}$ **b.** $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2 + 3x}{2x + 1}$

c. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4x^2 - 3x + 7}{3x^2 - x + 1}$ **d.** $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-3x^3 + x^2 - 5x}{x^4 + 3x - 1}$

EXERCICE 10

On considère la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = x^2 + \cos x$

Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ en utilisant une minoration de f.

EXERCICE 11 On considère la fonction f définie sur $]-\infty\ ;\ 0]$ par : $f(x) = x(2 + \sin x)$

Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ en utilisant une majoration de f.

EXERCICE 12 On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = x \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$

a. Montrer que pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$ on a : $-x \leq f(x) \leq x$

b. En déduire $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$.

EXERCICE 13 On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$

On admet que pour tout x de $]0\ ;\ +\infty[$ on a : $x - \dfrac{x^3}{6} \leq f(x) \leq x$

En déduire $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$.

EXERCICE 14 Soit f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{1 + \dfrac{1}{x}}$. On veut déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

a. Ecrire f sous la forme de la composée de deux fonctions $v \circ u$ où l'on précisera les fonctions u et v.

b. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} u(x)$.

c. Recopier et compléter l'égalité : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{u \to \ldots\ldots} \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$.

EXERCICE 15 Soit f définie sur $]-\infty\ ;\ 2]$ par $f(x) = \sqrt{2 - x}$. On veut déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

a. Ecrire f sous la forme de la composée de deux fonctions $v \circ u$ où l'on précisera les fonctions u et v.

b. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} u(x)$.

c. Recopier et compléter l'égalité : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{u \to \ldots\ldots} \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$.

EXERCICE 16

Soit f définie sur $[1\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.

Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.