

Fiche 3 : Etude de fonctions trigonométriques

1. RESTREINDRE LE DOMAINE D'ETUDE D'UNE FONCTION TRIGONOMETRIQUE

Méthode : Étudier la parité d'une fonction trigonométrique

Démontrer que la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin(x) - \sin(2x)$ est impaire.

Correction On a : $f(-x) = \sin(-x) - \sin(-2x) = -\sin(x) + \sin(2x) = -(\sin(x) - \sin(2x)) = -f(x)$. La fonction f est donc impaire. Sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Méthode : Étudier la périodicité d'une fonction trigonométrique

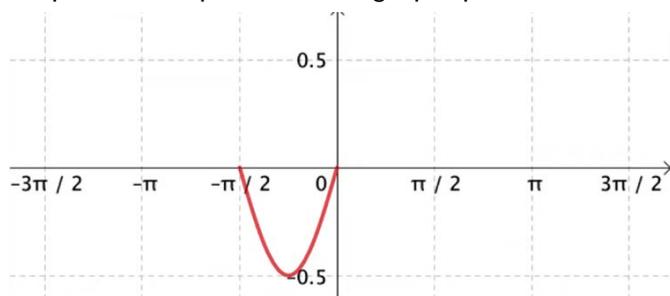
Démontrer que la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin(4x) - \sin(2x)$ est périodique de période π .

Correction On a : $f(-x) = \sin(-x) - \sin(-2x) = -\sin(x) + \sin(2x) = -(\sin(x) - \sin(2x)) = -f(x)$. La fonction f est donc impaire. Sa représentation graphique se répète par translation de longueur π .

Méthode : Compléter un graphique par parité et périodicité

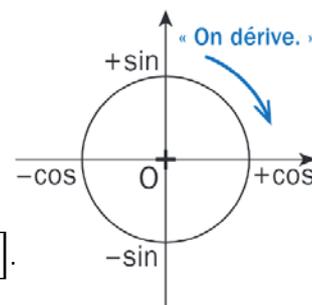
Soit f une fonction impaire et périodique de période π .

Compléter sa représentation graphique sur l'intervalle $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.



2. CONNAITRE LES VARIATIONS D'UNE FONCTION TRIGONOMETRIQUE

$$\begin{aligned} (\sin(u))' &= u' \cos(u) \\ (\cos(u))' &= -u' \sin(u) \end{aligned}$$



Exemple : Donner les variations de la fonction $f(x) = 2\cos(3x)$ sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

$$f'(x) = -6\sin(3x)$$

Pour $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$, $0 \leq 3x \leq \pi$ et $\sin(3x) \geq 0$ donc $f'(x) \leq 0$ et f est décroissante sur $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

3. CONNAITRE LE MAXIMUM OU LE MINIMUM D'UNE FONCTION TRIGONOMETRIQUE

1^{ère} méthode : On encadre $\cos(\dots)$ ou $\sin(\dots)$ par -1 et 1.

2^{ème} méthode : On cherche x tel que $f'(x) = 0$ et change de signe.

Exemple : Donner l'amplitude de la fonction $f(x) = -5\sin(3x + 4) + 7$

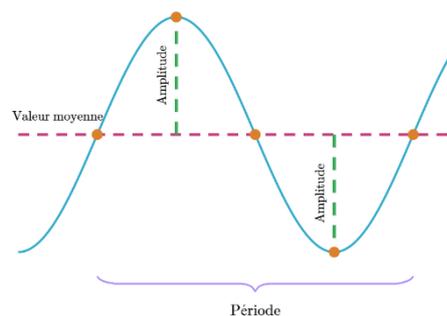
$$-1 \leq \sin(3x + 4) \leq 1$$

$$5 \geq -5\sin(3x + 4) \geq -5$$

$$12 \geq f(x) \geq 2$$

La valeur moyenne de f est donc 7 et son amplitude est 5.

f oscille entre 2 et 12.



Pour réviser : 31 p 92 et 58 p 94