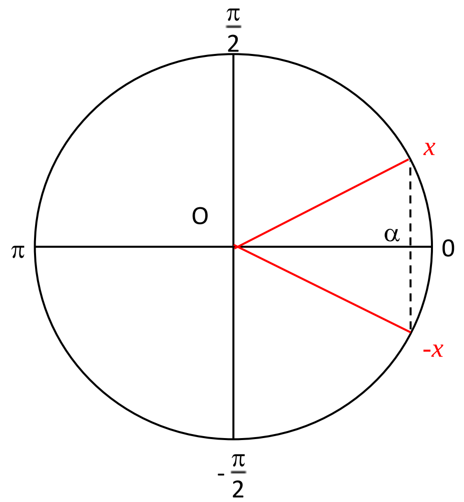
Chapitre 12 **Trigonométrie**

Fiche 4 : Equations trigonométriques

a. Equation du type « cos x = α »

α < -1 ou α > 1	L'équation **cos x = α** n'admet **aucune solution**
α = -1	L'équation **cos x = -1** admet pour solution tous les nombres sous la forme : $\boxed{x = \pi + k2\pi, \text{ avec } k \in \Omega}$
-1 < α < 1	L'équation **cos x = α** admet pour solution tous les nombres sous la forme : $\boxed{x = a + k2\pi \text{ ou } x = -a + k2\pi, \text{ avec } k \in \Omega}$ où a est UN nombre tel que **cos a = α**
α = 1	L'équation **cos x = 1** admet pour solution tous les nombres sous la forme : $\boxed{x = k2\pi, \text{ avec } k \in \Omega}$

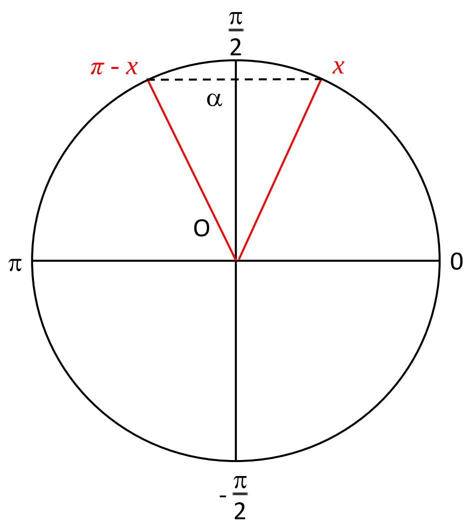


Exemple : Résoudre sur [-2π ; 2π] l'équation : cos $x = \frac{1}{2}$

On sait que $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, donc les solutions de l'équation sont de la forme : $\boxed{x = \frac{\pi}{3} + k2\pi}$ ou $\boxed{x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

b. Equation du type « sin x = α »

α < -1 ou α > 1	L'équation **sin x = α** n'admet **aucune solution**
α = -1	L'équation **sin x = -1** admet pour solution tous les nombres sous la forme : $\boxed{x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, \text{ avec } k \in \Omega}$
-1 < α < 1	L'équation **sin x = α** admet pour solution tous les nombres sous la forme : $\boxed{x = a + k2\pi \text{ ou } x = \pi - a + k2\pi, \text{ avec } k \in \Omega}$ où a est UN nombre tel que **sin a = α**
α = 1	L'équation **sin x = 1** admet pour solution tous les nombres sous la forme : $\boxed{x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, \text{ avec } k \in \Omega}$



Exemple : Résoudre sur [-2π ; 2π] l'équation : sin $x = \frac{1}{2}$

On sait que $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, donc les solutions de l'équation sont de la forme : $\boxed{x = \frac{\pi}{6} + k2\pi}$ ou $\boxed{x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

c. Technique : Le changement de variables

Exemples : 1) $\cos(2x+3) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

On pose $X = 2x + 3$

Ce qui nous ramène à $\cos X = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc $X = \pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi, avec\ k \in \mathbb{Z}$

On revient à x :

$$2x + 3 = \pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$2x = \pm\frac{\pi}{4} - 3 + 2k\pi$$

$$x = \pm\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2} + k\pi, avec\ k \in \mathbb{Z}$$

2) $2cos^2(x) + 2\cos(x) - 1 = 0$

On pose $X = \cos(x)$

Ce qui nous ramène à $2X^2 + X - 1 = 0$

Donc $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9$

$$X = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} = -1\ ou\ \frac{1}{2}$$

On revient à x :

$\cos(x) = -1$ ou $\cos(x) = \frac{1}{2}$

$x = \pi + 2k\pi$ $\quad$ $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$

avec $k \in \mathbb{Z}$