

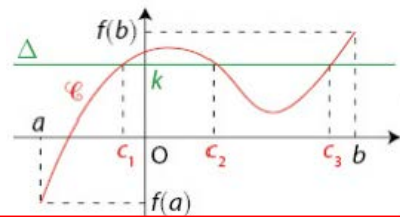
Fiche 6 : TVI

Pourquoi ? Qui a eu cette idée ? Le mathématicien allemand Karl Weierstrass (1815 ; 1897) apporte les premières définitions rigoureuses au concept de limite et de continuité d'une fonction. En 1841, il est le premier à démontrer de manière rigoureuse le théorème des valeurs extrêmes (une fonction continue sur un segment possède un maximum et un minimum).



On peut aller plus loin en disant : Une fonction continue sur un segment prend toutes les valeurs entre le maximum et le minimum, c'est une formulation du théorème des valeurs intermédiaires.

Schéma explicatif :



Théorème des valeurs intermédiaires :

On considère la fonction f définie et **continue** sur un intervalle $[a ; b]$.

Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$,

Cas particuliers :

- Dans le cas où la fonction f est **strictement monotone** sur l'intervalle $[a ; b]$ alors le réel c est
- Dans le cas où $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires alors il existe au moins un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = 0$.

Exemple : On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 - x - 3$ sur l'intervalle $[0 ; 3]$

On cherche à résoudre l'équation $f(x) = 0$

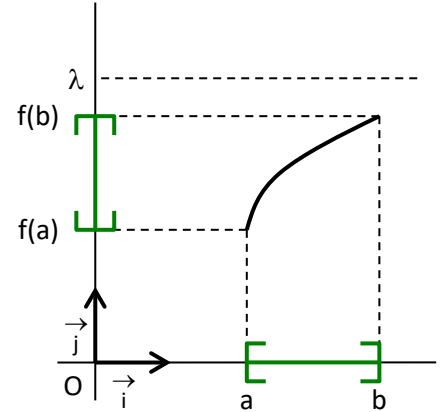
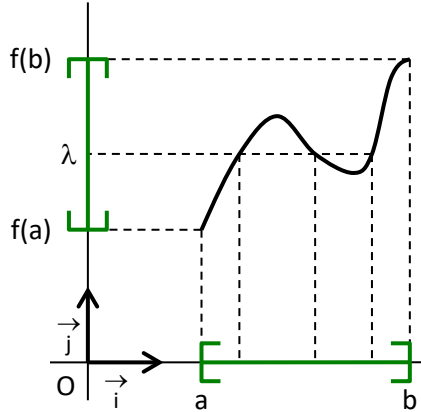
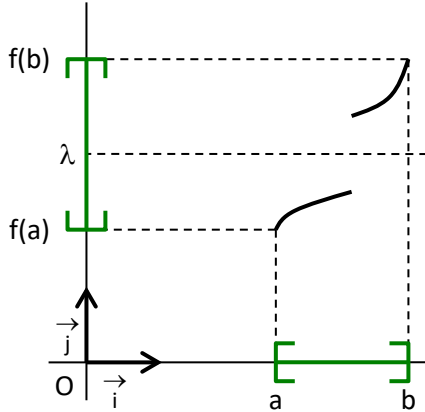
Chapitre 2

Dérivation

Remarques :

Pour utiliser ce théorème il faut bien vérifier que...

... f est **continue** sur $[a ; b]$... f est **strictement croissante** (décroissante) sur $[a ; b]$ sinon $f(x) = \lambda$ risque de ne pas avoir de solution. ... $\lambda \in [f(a) ; f(b)]$ sinon $f(x) = \lambda$ n'aura pas de solution.



Calculatrice : Pour trouver une approximation des solutions de l'équation, on utilise la méthode par balayage avec le tableau de valeurs :