

Fiche 4 : Limite composée

Pourquoi ? Composer deux fonctions signifie les enchaîner l'une après l'autre.

Par exemple la fonction $f: x \mapsto \sqrt{\frac{3}{x} + 7}$ peut se calculer en calculant $u: x \mapsto \frac{3}{x} + 7$ suivie de $v: x \mapsto \sqrt{x}$.

Ainsi $f(x) = v(u(x))$. On note parfois $f = v \circ u$.

La fonction la plus à l'intérieur est celle dont on calcule la limite en premier.

Schéma de composition : $x \mapsto$

Avec les limites :

Propriété : (admise)

a, b et c désignent soit des réels, soit $+\infty$, soit $-\infty$.

Si $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \\ \lim_{X \rightarrow b} g(X) = c \end{cases}$ alors

Exemple : Soit $f(x) = e^{-x+3}$

Propriétés : (admise) a et b désignent soit des réels, soit $+\infty$, soit $-\infty$.

1) Soient f une fonction et (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$.

Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ alors

2) Soient f une fonction définie sur un intervalle I et (u_n) une suite définie sur \mathbb{N} dont tous les termes appartiennent à I .

Si $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \\ \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \end{cases}$ alors

Exemple : Soit $u_n = \sqrt{\frac{n^2}{n^2+3}} = f \circ v$ où $v_n = \frac{n^2}{n^2+3}$ et $f(x) = \sqrt{x}$.