

**Fiche 4 : Limite composée**

**Pourquoi ?** Composer deux fonctions signifie les enchaîner l'une après l'autre.

Par exemple la fonction  $f: x \mapsto \sqrt{\frac{3}{x} + 7}$  peut se calculer en calculant  $u: x \mapsto \frac{3}{x} + 7$  suivie de  $v: x \mapsto \sqrt{x}$ .

Ainsi  $f(x) = v(u(x))$ . On note parfois  $f = v \circ u$ .

La fonction la plus à l'intérieur est celle dont on calcule la limite en premier.

Schéma de composition :  $x \mapsto$

Avec les limites :

**Propriété : (admise)**

$a, b$  et  $c$  désignent soit des réels, soit  $+\infty$ , soit  $-\infty$ .

$$\text{Si } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \\ \lim_{X \rightarrow b} g(X) = c \end{cases} \text{ alors}$$

**Exemple :** Soit  $f(x) = e^{-x+3}$

**Propriétés : (admise)**  $a$  et  $b$  désignent soit des réels, soit  $+\infty$ , soit  $-\infty$ .

1) Soient  $f$  une fonction et  $(u_n)$  la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = f(n)$ .

Si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  alors

2) Soient  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $(u_n)$  une suite définie sur  $\mathbb{N}$  dont tous les termes appartiennent à  $I$ .

$$\text{Si } \begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \\ \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \end{cases} \text{ alors}$$

**Exemple :** Soit  $u_n = \sqrt{\frac{n^2}{n^2+3}} = f \circ v$  où  $v_n = \frac{n^2}{n^2+3}$  et  $f(x) = \sqrt{x}$ .