Chapitre 5 # Limite de fonctions

Fiche 6 : Croissances comparées

Pourquoi ? On sait lever des formes indéterminées en ∞ pour les fonctions rationnelles (on factorise par la plus grande puissance de x) et pour les fonctions avec exponentielle (on factorise par le plus grand exposant) mais il arrive que deux facteurs ne soient pas de même nature et dans ce cas on ne peut pas simplifier pour lever l'indétermination.

Théorème des croissances comparées : Pour tout entier naturel n, on a :

Remarque : Ce théorème illustre que la fonction exponentielle croît en $+\infty$ bien plus vite que toute fonction puissance et tend plus vite vers 0 en $-\infty$ que toute fonction puissance vers ∞.

Démonstration : Démontrons tout d'abord que $\frac{e^x}{x} > \frac{x}{2}$ pour $x \in]0;+\infty[$:

Exemples :

1) Soit $f(x) = \frac{x^3+2x-5}{e^x}$. La limite de f en $+\infty$ est de la forme indéterminée $\frac{\infty}{\infty}$.

2) Soit $g(x) = e^x(x+10)$. La limite de g en $-\infty$ est de la forme indéterminée $0 \times \infty$.

Pour réviser : Ex 94 p 69