Chapitre 11

Intégration

Fiche 5 : Intégration par parties

Théorème : Soit $u\ et\ v$ deux fonctions dérivable sur un intervalle $[a\ ;\ b]$.
$\int_a^b u(x)v'(x)dx =$

Démonstration :
La dérivée d'un produit uv est $(uv)' =$
Alors $[u(x)v(x)]_a^b =$

Remarque : On utilise ce théorème pour se ramener à une intégrale plus facilement calculable.

Exemple :
Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'intégrale $\int_0^1 xe^x\, dx$.
On prend

L'intégration par parties est très utilisée dans les exercices mêlant intégrales et suites car elle permet de trouver une formule de récurrence.

Exercice : Pour tout entier naturel $n \geqslant 2$, on considère l'intégrale I_n définie par $I_n = \int_1^2 \frac{1}{x^n} e^{\frac{1}{x}} dx$.

1. Calculer I_2.
2.
   a. Démontrer, à l'aide d'une intégration par parties, que pour tout entier naturel n⩾2, $I_{n+1} = e - \frac{\sqrt{e}}{2^{n-1}} + (1-n)I_n$
   b. En déduire I_3.
3.
   a. Établir que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle [1 ; 2], on a : $0 \leqslant \frac{1}{x^n} e^{\frac{1}{x}} \leqslant \frac{e}{x^n}$.
   b. En déduire un encadrement de I_n puis étudier la limite éventuelle de la suite (I_n).

Pour réviser : 119 , 122 p 260,261