

Exercices sur les suites arithmético-géométriques

Une grande entreprise compte 1500 employés. Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10 % de l'effectif partira à la retraite au cours de l'année. Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.

Question : Comment va évoluer sur le long terme le nombre d'employés dans cette entreprise ? Pour tout entier n on appelle u_n le nombre d'employés de l'année $(2015+n)$.

1. Déterminer u_0, u_1, u_2

.....

2. Expliquer pourquoi $u_{n+1}=0,9u_n+100$.

.....

.....

3. On pose $v_n=u_n-1000$.

(a) Montrer que (v_n) est géométrique.

.....

.....

.....

.....

(b) En déduire v_n en fonction de n .

.....

(c) En déduire u_n en fonction de n .

.....

(d) En quelle année l'effectif sera en dessous de 1200 employés ?

.....

Une entreprise du secteur BTP doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. En 2015, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets. Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

Pour tout entier naturel n , on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2015 + n)$.

1. Déterminer r_0, r_1, r_2

.....

2. Déterminer a et b tels que $r_{n+1}=ar_n+b$.

.....

3. On pose $s_n=r_n-4000$.

(a) Montrer que (s_n) est géométrique.

.....

.....

.....

.....

(b) En déduire s_n en fonction de n .

.....

(c) En déduire r_n en fonction de n .

.....

(d) Calculer une estimation, en tonnes, et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2020.

.....