

Devoir Maison n°2

Pour le 30/09/25

Exercice 1 :

On définit la suite (u_n) , pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$

- 1) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n < 6$.
- 2) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n = 6 - \frac{8}{2^n}$.

Exercice 2 :

On définit la suite (u_n) , pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n - 2}{2u_n - 1} \end{cases}$

- 1)
 - a) Calculer u_1, u_2 et u_3 .
 - b) Démontrer par le calcul que $u_{n+1} = 1 + \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$
 - c) En déduire par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n > 1 > \frac{1}{2}$ et donc que la suite est bien définie pour tout n (*on expliquera pourquoi*).
- 2) Soit la suite (v_n) , pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$
 - a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique.
 - b) Ecrire v_n (formule explicite) puis u_n en fonction de n .