

AP Forme indéterminée

1. Identifier une forme indéterminée : $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $0 \times \infty$; $\infty - \infty$

2. Méthodes pour lever une indétermination

Factoriser par le **terme dominant** (le terme de plus haut degré) au numérateur et au dénominateur.

Exemple : Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2+3n+1}{5n^2+4}$.

Étapes :

1. Repérer le terme dominant : n^2 .
2. Factoriser numérateur et dénominateur par n^2 et on simplifie :

$$\frac{2n^2 + 3n + 1}{5n^2 + 4} = \frac{n^2(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2})}{n^2(5 + \frac{4}{n^2})} = \frac{(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2})}{(5 + \frac{4}{n^2})}$$

3. Calculer la limite :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} = 2 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} 5 + \frac{4}{n^2} = 5 \end{array} \right\} \text{par quotient} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2+3n+1}{5n^2+4} = \frac{2}{5}$$

Exercices d'Application

Calculez les limites suivantes :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2+2n-1}{2n^2+5}$

2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^3+6n-2}{2n^3+1}$

3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+5n-4}{n^3+1}$

4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^3-3n-2}{n^2-1}$

5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n}\right)(3n^3 - 6n + 4)$

6. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 - 3n + 5$