

# Devoir Maison n°6

## Exercice 1

Déterminer les limites suivantes en justifiant soigneusement.

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + \frac{1}{x} - 2.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 - x^2 + 1.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 1}{6x^3 - x^2}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + 2e^x$$

$$5. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^3 + \frac{3}{x} - 50$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+3} - \sqrt{x+2}$$

## Exercice 2

On considère la fonction  $h \mapsto \frac{x-2}{2x+8}$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $h$ .
2. a) Calculer  $h'(x)$ .  
b) Déterminer le signe de  $h'(x)$ . Puis donner les variations de la fonction  $h$ .
3. a) Déterminer les limites de  $h$  aux bornes de son ensemble de définition.  
b) La courbe de la fonction  $h$  admet-elle des asymptotes ? Justifier
4. Construire le tableau de variations de la fonction  $h$  (*n'oubliez pas les limites !*).

## Exercice 3

On note  $\mathbb{R}$  l'ensemble des nombres réels et on considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = xe^{x-1} + 1.$$

On note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$ .  
Que peut-on en déduire pour la courbe  $\mathcal{C}$  ?
2. Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
3. On admet que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ , et on note  $f'$  sa fonction dérivée.  
Montrer que, pour tout réel  $x$ ,  $f'(x) = (x+1)e^{x-1}$ .
4. Étudier les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  et dresser son tableau de variation sur  $\mathbb{R}$ .