

DM n°1

Exercice 01 : Démonstration par récurrence

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + x - 3$ et (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Démontrer que la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.

.....

.....

2. Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est décroissante.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n \leq 1$.

.....

Exercice 02 : Principe de récurrence

Soit v la suite définie, pour tout entier naturel n , par le premier terme $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = v_n + 2n + 3$.

En la démontrant, conjecturer une expression de v_n en fonction de n .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 03 : Principe de récurrence avec une somme

On pose, pour tout entier naturel non nul n , $w_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$

1. Calculer les termes w_1, w_2 et w_3

.....

.....

.....

2. Vérifier que $w_{n+1} = w_n + n + 1$.

.....

3. Montrer par récurrence que $w_n = \frac{n(n+1)}{2}$.