Chapitre 2 **Dérivation**

Fiche 2 : Variations

Théorème : Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I.

Si f'(x) est **strictement positive** pour tout x de I, alors f est **strictement croissante** sur I.

Si f'(x) est **strictement négative** pour tout x de I, alors f est **strictement décroissante** sur I.

Si f est dérivable sur I et admet un extremum local (maximum ou minimum) en un point x_0 distinct des extrémités de I, alors f'(x_0) = 0.

Exemple :

Soit $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 6$.

→ On calcule la fonction dérivée : $f'(x) = 2(3x^2) + 3(2x) - 12 = 6x^2 + 6x - 12$

→ On étudie le signe de $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$

$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 6 \times (-12) = 36 + 288 = 324 = 18^2$

Les deux solutions sont $x_1 = \frac{-6 + 18}{2 \times 6} = \frac{12}{12} = 1$ et $x_2 = \frac{-6 - 18}{2 \times 6} = \frac{-24}{12} = -2$

Et le signe de f'(x) est donc donné par :

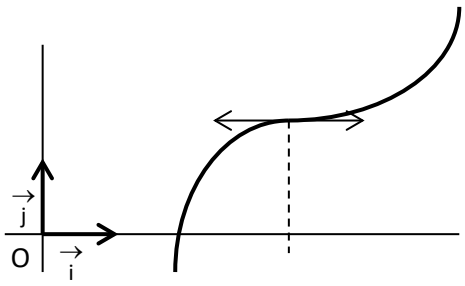
x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f'(x)		+	0	–	0	+	
f(x)		↗	26	↘	-1	↗	

On constate sur le tableau de variation de f qu'elle admet un maximum local en -2 et un minimum local en 1.

Et on constate que :

$f'(-2) = 6 \times (-2)^2 + 6 \times (-2) - 12 = 24 - 12 - 12 = 0$ et $f'(1) = 6 \times 1^2 + 6 \times 1 - 12 = 6 + 6 - 12 = 0$

Attention : La réciproque n'est pas vraie : il existe des fonctions qui admettent une dérivée nulle en un point sans pour autant avoir un extremum en ce point. Cela signifie que la courbe admet une tangente horizontale mais sans changer de sens de variation.



Méthode à retenir :

- Si f est sous la forme $ax + b$ → Petit tableau de signe.
- Si f est sous la forme $ax^2 + bx + c$ → calcul du discriminant Δ et interprétation.
- Si f est un quotient, on étudie le signe du numérateur et du dénominateur. En particulier, on se souviendra que si l'un des deux est un carré, il est toujours positif.

Avec la composition, deux fonctions de même monotonie ont une composée croissante tandis que deux fonctions de monotonie différentes ont une composée décroissante.

Les exercices du livre : Ex 62,63,64 p 155