

**Fiche 1 : Définition****Histoire des maths**

La notation contemporaine utilisée en mathématiques en France pour la fonction dérivée de la fonction  $f$  est  $f'$ . Elle est due au mathématicien français Joseph-Louis Lagrange qui introduit également le mot « dérivée ». Newton parle de la méthode des fluxions et utilise la notation  $\dot{x}$  pour signaler une dérivée. **Leibnitz**, quant à lui, introduit la notation utilisée de nos jours en physique  $dx$ . La lettre  $d$  symbolise une quantité différentielle.



On appelle équation différentielle une équation dans laquelle l'inconnue (notée souvent  $y$ ) et les coefficients sont des fonctions.  $y'$  est la dérivée de  $y$ ,  $y''$  est sa *dérivée seconde* (la « dérivée de la dérivée »).

Une équation différentielle est caractérisée par :

- Son ordre (1<sup>er</sup> ou 2<sup>ème</sup>)
- Ses coefficients (constants ou pas)

**Exemples :**

- $y' + 3y = 0 \rightarrow$  1<sup>er</sup> ordre à coefficients constants
- $y'' - 7y' + 2y = \ln x \rightarrow$  2<sup>ème</sup> ordre à coefficients constants
- $(x + 1)y' - 2y = 0 \rightarrow$  1<sup>er</sup> ordre à coefficients non constants

**Vocabulaire :**

Résoudre une équation différentielle, c'est trouver **toutes les fonctions** qui vérifient cette équation.

On dit que la fonction  $f$  est une **solution particulière** lorsque  $f$  vérifie l'équation.

Dans le cas où toutes les solutions ont la même forme, on donne la **solution générale** c'est-à-dire la forme générale de l'équation (qui dépendra donc d'un coefficient).

**Exemple :**

On considère l'équation différentielle (E) :  $y' - 2y = 0$

$\rightarrow$  Soit  $f_1(x) = e^{2x}$

Alors  $f_1'(x) = 2e^{2x}$

Et  $y' - 2y = 2e^{2x} - 2e^{2x} = 0$  : donc  $f_1$  est une **solution particulière** de (E).

$\rightarrow$  de même pour les fonctions  $3e^{2x}, 5e^{2x}, -\frac{7}{2}e^{2x}, \dots$

$\rightarrow$  On dit que  $f(x) = ke^{2x}$  est la **solution générale** de l'équation différentielle :  $y' - 2y = 0$

Cherchons la solution particulière  $f$  avec la condition initiale  $f(8) = 5$ .

$\rightarrow$  On remplace dans la solution générale les  $x$  par 8 :  $f(8) = ke^{2 \times 8} = ke^{16}$

$\rightarrow$  On cherche la valeur de  $k$  pour que l'égalité soit vraie :  $ke^{16} = 5$  donc  $k = 5e^{-16}$

$\rightarrow$  On dit que  $f(x) = 5e^{-16}e^{2x} = 5e^{2x-16}$  est la solution particulière vérifiant la condition  $f(8) = 5$ .

**Pour réviser : 32 p 217**