Chapitre 2 : Exercices Opérations Facile

Exercice 1 :

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -6 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer les matrices suivantes :
   a) $A + B$ b) $\frac{1}{3}A$ c) $A - B$ d) $-2A + 4B$
2. Existe-t-il deux réels α et β tels que $\alpha A + \beta B = \begin{pmatrix} 9 & 3 & -2 \\ \frac{5}{2} & -11 & 2 \end{pmatrix}$

Exercice 2 :

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

1. Parmi les produits suivants $A \times B$, $B \times C$ et $C \times B$, lesquels ont un sens ?
2. Calculer $A \times C$ et B^2.
3. Déterminer les coefficients manquants des matrices pour que l'égalité soit vraie.

$$\begin{pmatrix} . & 1 \\ . & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ . & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & . \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 :

En choisissant judicieusement des matrices carrées d'ordre 2, montrer que les propositions suivantes sont **fausses** :

1. Si A et B sont deux matrices carrées de même ordre, alors $AB = BA$.
2. Si A et B sont deux matrices carrées de même ordre et si $AB = O$ (avec O la matrice carrée nulle de même ordre) alors $A = O$ ou $B = O$.
3. Si A, B et C sont trois matrices carrées de même ordre et si $AB = AC$ alors $B = C$.

Exercice 1 :

On considère les matrices :
$A = \begin{pmatrix} \bullet & -5 & 2 \\ -3 & 4 & 7 \\ -1 & \bullet & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \bullet & 2 & -4 \\ -5 & -2 & \bullet \\ 1 & \bullet & -5 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} \bullet & 10 & -3 \\ -4 & 7 & \bullet \\ 39 & \bullet & \bullet \end{pmatrix}$.
Sans justifier, recopier ces matrices en remplaçant les « • » par des valeurs numériques de telle sorte que $A \times B = C$.

Exercice 2 :

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ où a, b, c et d sont quatre réels.
On note 0 la matrice nulle d'ordre 2.
On appelle transposée de A, la matrice, notée ${}^tA$, définie par : ${}^tA = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$
Montrer que ${}^tA \times A = 0$ si et seulement si A = 0.

Exercice 3 : Dans chaque cas, répondre par vrai ou faux en justifiant votre réponse.

Pour toute matrice carrée A, on a : $A^2 + A = A(A + 1)$.

Si H est la matrice définie par $H = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$ où $k \in \mathbb{R}^*$ alors $AH = HA$ pour toute matrice carrée A d'ordre 2.

Soit A une matrice carrée avec $A^2 = 0$, 0 désignant la matrice nulle de même ordre, alors
- $A = 0$
- $A^3 = 0$