

Devoir Maison n°1

Exercice 1 (4 points). Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant sa réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte dans l'évaluation.

1. Pour tout entier n , si 5 divise n alors 10 divise $2n$.
2. Pour tous entiers a , b et c , si ab divise c alors a et b divisent c .
3. Pour tous entiers a , b et c , si a et b divisent c alors ab divise c .

Exercice 2 (4 points).

1. Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $6n + 1$ divise 17.
2. Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que 17 divise $n + 6$.
3. Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que $n + 6$ divise $6n + 1$.

Exercice 3 (4 points). Dans chaque cas, déterminer le reste r dans la division euclidienne de A par B .

1. $A = 2021$ et $B = 17$;
2. $A = -2021$ et $B = 22$;
3. $A = n^2 + n + 2$ et $B = n + 2$ où $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 4 (8 points). Soit n un entier relatif. On pose $A_n = n^4 - 1$.

1. Montrer que $n^2 - 1$ et $n^2 + 1$ divisent A_n .
2. On suppose que n est impair. Montrer que 8 divise $n^2 - 1$ et en déduire que 16 divise A_n .
3. On suppose que 3 ne divise pas n .
 - a. En raisonnant par disjonction de cas, montrer que 3 divise $n - 1$ ou $n + 1$.
 - b. En déduire que 3 divise A_n .
4. On suppose que 5 ne divise pas n . Montrer que 5 divise A_n .
5. Le résultat précédent reste-t-il vrai si on remplace 5 par 7 ?